NOMBRE:

LA LÓGICA PROPOSICIONAL

A ¿Qué es la lógica proposicional?

La **lógica proposicional** es la lógica que estudia las formas válidas de los argumentos tomando las proposiciones como totalidades sin analizar y considerándolas desde el punto de vista de su valor de verdad como verdaderas o falsas (se trata de una lógica bivalente).

Definición de Argumento: Secuencia de enunciados o proposiciones, del último de los cuales, la conclusión, se dice que se sigue lógicamente o es una consecuencia de las demás (premisas). En vez de decir que la conclusión se sigue de las premisas, se puede decir que las premisas entrañan la conclusión. puede haber argumentos con cualquier número de premisas

Definición de Proposición o enunciado: Contenido de una expresión lingüística que tiene significado y es susceptible de Verdad o Falsedad

Tradicionalmente se recurre a los usos del lenguaje para poder llegar a entender lo que es una proposición lógica:
Uso imperativo del lenguaje: "¡Muere!"
Uso interrogativo: "¿Ya ha muerto?"
Uso exclamativo: "¡Ha muerto!"
Uso descriptivo: "Está muerto"

¿Cuántos tipos de proposiciones existen desde el punto de vista de la lógica proposicional?

Existen **dos tipos** de proposiciones (o **variables proposicionales**):

- **Proposiciones simples o atómicas**: sólo contienen una proposición
- **Proposiciones compuestas o moleculares**: contienen más de una proposición. Las proposiciones moleculares se construyen uniendo las proposiciones atómicas mediante ciertas expresiones llamadas **conectores** o **conectivas** (uno monádico y cuatro diádicos). Es importante tener en cuenta que estos conectores no son totalmente equivalentes a los del lenguaje natural:

Definición de Validez: Los argumentos pueden ser estudiados desde distintos puntos de vista. Por ejemplo: un argumento puede ser oportuno o inoportuno, original, etc. De esto no se ocupa la lógica, sino la retórica. La lógica se refiere a una valoración de los argumentos que tiene que ver con la relación de consecuencia que se da entre premisas y conclusión. Así, como una primera definición podemos decir que un argumento es válido o correcto cuando la relación se sigue o es una consecuencia de sus premisas. En otro caso el argumento es inválido o incorrecto. Los argumentos no son verdaderos o falsos. Estos términos los asociamos a las premisas y o conclusiones de un argumento. No al argumento en sí

Ejercicio número 1: Lee los siguientes enunciados e indica cuáles son atómicas y cuáles moleculares desde un punto de vista lógico (fíjate en los ejemplos 1 y 5). Para la simbolización debes utilizar letras minúsculas, por orden alfabético, desde la letra p:

1. Margarita lloraba con el rostro oculto entre las manos: **p (atómica)**
2. Allí, entre las sombras, he visto brillar un rayo de luz:
3. Si estamos en mayo, pronto llegará el verano
4. La brisa del crepúsculo comenzaba a acariciar mi frente
5. Hoy no se fía, mañana tampoco: **p, q (molecular)**
6. La felicidad es la suma de los bienes
7. Si a usted le gusta la lógica, ordene sus ideas
8. Te vas o me marcho
9. Haz lo que quieras y verás lo mal que te sale
10. Cuando lloro no me salen las lágrimas
11. No puedo dormir pensando en los exámenes
12. No es cierto que no te escuche
13. La vida cenobítica es esencial para cambiar el mundo
14. Todavía no tienes edad para ser impertinente
15. De haber tenido un tío en América me habría dedicado a cazar mariposas

B. Los conectores

1. Negador (¬)

Este conector, monádico, invierte el valor de verdad de la proposición (ya sea ésta atómica o molecular). "¬p" se lee "no p" o "no es el caso que p". "¬ (¬p) se lee "no es cierto que no p" o "no es el caso que no p".

Se puede definir el negador mediante una **tabla de verdad** (que será la "definición del negador"):

Expresiones del lenguaje natural (en este caso, el español) que pueden ser simbolizadas (formalizadas) con esta conectiva:

Ejercicio número 2: Utiliza los símbolos de la lógica proposicional para representar los siguientes enunciados:

1. No es cierto que la lógica sea difícil
2. No ocurre que 2 + 2 = 5
3. Pedro no es médico
4. Todo lo que tú dices es falso
5. No es verdad que todo lo que tú digas sea falso
6. La cuadratura del círculo es imposible
7. No es el caso que lo infinito esté limitado por algo
8. Es imposible que no sea cierto lo que dices
9. El sol no es una estrella
10. No es verdad que el sol no sea una estrella

Añade tres ejemplos:

2. Conjuntor (Λ): Este conector, diádico, hace que la proposición molecular resultante sea verdadera únicamente si lo son también todas las proposiciones unidas por dicho conector. “pΛq” se lee “p y q”.
Se puede definir el conjuntor mediante una **tabla de verdad** (que será la “definición del conjuntor”):

Expresiones del lenguaje natural (en este caso, el español) que pueden ser simbolizadas (formalizadas) con esta conectiva:

Ejercicio número 3: Utiliza los símbolos de la lógica proposicional para representar los siguientes enunciados:

1. Estos problemas no son muy difíciles para mí, aunque he tardado en resolverlos.
2. Los tejados son de pizarra y las puertas de madera.
3. Ella tiene la luz, tiene el perfume, el color y la línea.
4. Me van bien los estudios pero no apruebo.
5. Cantaban, bailaban, jugaban y reían.
6. No es cierto que cantaran y bailaran.
7. No creo en lo que dices y, sin embargo, sigo confiando en ti.
8. Ni puedo prohibirlo ni puedo tolerarlo.
9. La riqueza ayuda a ser feliz, pero la cultura todavía más.
10. Llegó, vio y venció.
11. Fui a la feria, pero no hice ninguna compra.
12. Inés está enferma, el martes iré a visitarla.

Añade tres ejemplos:

3. Disyuntor (V): Este conector, diádico, hace que la proposición molecular resultante sólo sea falsa cuando lo son todas las proposiciones unidas por él. “pVq” se lee “p o q”. Se puede definir el disyuntor mediante una tabla de verdad (que será la “definición del disyuntor”):

Expresiones del lenguaje natural (en este caso, el español) que pueden ser simbolizadas (formalizadas) con esta conectiva:

Disyunción inclusiva	**Disyunción exclusiva**

Ejercicio número 4: Utiliza los símbolos de la lógica proposicional para representar los siguientes enunciados:

1. Me entero de la situación política leyendo «El País» o «La Vanguardia».
2. Una de dos: o se acepta que hay ideas innatas o el idealismo es imposible.
3. Me eligen presidente o abandono la política.
4. Estudias y trabajas o serás un desgraciado.
5. No es posible que o no queden macarrones en la despensa o que el supermercado no esté abierto los domingos.
6. El consomé se servirá frío o templado.
7. Se queda o se marcha: no es posible que se quede y se marche.
8. Y el muy maleducado, ya se rascaba una oreja, ya se rascaba el sobaco.
9. No se muevan o disparo.
10.
11.

4. Condicional (→): Este conector hace que la proposición molecular resultante sólo sea falsa cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso. "p→q" se lee "si p entonces q". Se puede definir el condicional mediante una tabla de verdad (que será la "definición del condicional"):

$$\mathbf{p \rightarrow q}$$

Antecedente
(Condición suficiente, pero no necesaria, para que se dé el consecuente)

Consecuente

Expresiones del lenguaje natural (en este caso, el español) que pueden ser simbolizadas (formalizadas) con esta conectiva:

Ejercicio número 5: Utiliza los símbolos de la lógica proposicional para representar los siguientes enunciados:

1. Ya sea por el estudio, ya sea por la suerte, aprobará las oposiciones.
2. Para poder vivir, basta con un trabajo fijo.
3. Se convertirá en un demócrata con tal de que pueda ocupar un cargo.
4. Hace frío, luego no es verano.
5. El hombre es un animal político, por tanto no es un salvaje.
6. Si hoy es lunes, mañana no será jueves.
7. Cuando hay abundancia, desaparece la miseria.
8. Si no crees en Dios pero blasfemas, te estás contradiciendo.
9. Tú dedícate a la electrónica y verás cómo ganas dinero.
10. Siempre que empiezo a jugar no sé cuándo acabaré.
11. Si gano las elecciones bajaré los impuestos.
12. "Si tú eres Napoleón, yo soy la Reina de Saba".
13. "Si llueve saco el paraguas".
14. Si se mueven, disparo.

15.

16.

5. Bicondicional (↔): Este conector hace que la proposición molecular resultante sea verdadera siempre que las proposiciones (atómicas o moleculares) unidas por el conector sean ambas verdaderas o falsas. En este caso el antecedente es condición suficiente y necesaria para que se dé el consecuente, por lo que se puede decir que “si p, entonces q y, si q, entonces p”. “p↔q” se lee “p si y sólo si q” o bien “si y sólo si p, entonces q”. Se puede definir el bicondicional mediante una tabla de verdad (que será la “definición del bicondicional”):

$$\mathbf{p \leftrightarrow q}$$

Antecedente
(Condición suficiente y necesaria para
que se dé el consecuente)

Consecuente

Expresiones del lenguaje natural (en este caso, el español) que pueden ser simbolizadas (formalizadas) con esta conectiva:

Ejercicio número 6: Utiliza los símbolos de la lógica proposicional para representar los siguientes enunciados:

1. Un mineral es metal si y sólo si es un buen conductor de la electricidad.
2. Dejaré el tabaco si y sólo si tú dejas el alcohol.
3. Tener malos pensamientos equivale a practicarlos.
4. Como decía Alfredo, sólo los que conocen Oviedo pueden disfrutar a fondo leyendo *La Regenta*.
5. Sólo aplicando la racionalidad puede la vida tener sentido.
6. No es cierto que sólo aplicando la racionalidad pueda tener sentido la vida.
7. Si no es verdad lo que dices, entonces únicamente en el caso de que te retractes, te volveré a dirigir la palabra.
8. T es un triángulo rectángulo si y sólo si el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.
9.
10.
11.

Ejercicio número 7: Utiliza los símbolos de la lógica proposicional para representar los siguientes enunciados:

1. Llueve y hace sol
2. Llueve y no hace sol
3. Llueve o hace sol
4. Si no llueve, hace sol
5. No es cierto que llueva
6. No es cierto que no llueva
7. Hará sol si y sólo si no llueve
8. Si llueve y hace sol, las brujas se peinan
9. No es cierto que las brujas se peinen si llueve y hace sol.
10. Las brujas se peinan únicamente si llueve y hace sol
11. Cuando las brujas no se peinan, no llueve o no hace sol
12. Llueve y las brujas no se peinan o bien hace sol y las brujas no se peinan
13. Si las estrellas emiten luz, entonces los planetas la reflejan y giran alrededor de ellas.
14. Las estrellas emiten luz o los planetas la reflejan y, por otra parte, los planetas giran alrededor de ellas.
15. Los planetas reflejan luz si y sólo si las estrellas la emiten y los planetas giran alrededor de ellas.
16. Si no es cierto que las estrellas emiten luz y que los planetas la reflejan, entonces éstos no giran alrededor de ellas.
17. Si Pablo no atiende en clase o no estudia en casa, fracasará en los exámenes y no será aplaudido.
18. Si no es el caso que Pablo atiende en clase y estudia en casa, entonces fracasará en los exámenes o no será aplaudido.
19. Pablo atiende en clase y estudia en casa o, por otra parte, fracasa en los exámenes y no es aplaudido.
20. Únicamente si Pablo atiende en clase y estudia en casa, no se dará que fracase en los exámenes y no sea aplaudido.
21. Si escoges tus deseos y tus miedos, no existirá para ti ningún tirano. (Epicteto)
22. Quién tiene un porqué para vivir puede soportar cualquier cómo. (Nietzsche)
23. El mundo entero es un escenario y todos los humanos somos unos actores. (Shakespeare)
24. Cuando uno no tiene imaginación, la muerte es poca cosa; cuando uno la tiene, la muerte es demasiado. (Céline)
25. Ojos que no ven, corazón que no siente.
26. Pienso, luego existo.

Ejercicio número 8: Sustituye las letras mayúsculas por variables proposicionales atómicas y moleculares (utiliza paréntesis, corchetes, etc. cuando lo creas necesario):

A	**B**
X: p A: s **Y: q B: t** **Z: r C: u**	**X: p $\land$ q A: s** **Y: q $\lor$ r B: t** **Z: r $\rightarrow$ s C: u**

		A	**B**
1	Es falso X e Y		
2	X e Y son falsos		
3	Ni X, ni Y son verdaderos		
4	No es cierto X y no Z		
5	Si no X y no Z, entonces Y		
6	A, B, C y X o Z		
7	A, B, C y X, o Z		
8	X o Y pero no ambas		

9	X o no es el caso que no A y no B		
10	A y B, o no es posible A y no B		
11	Una de dos: A o no A		
12	A, o de lo contrario, B		
13	Es cierto A y B, o X e Y		
14	No es cierto que si X entonces no Y		
15	Si A y no B, entonces X o Y		
16	Si A o B, y B o C, entonces A y B		
17	B si y sólo si B y no C		
18	De A y B se deduce C		
19	C se sigue de A y no B		

Ejercicio número 9: Utiliza los símbolos de la lógica proposicional para representar los siguientes enunciados y añade tú otros dos ejemplos:

1. En cierta ocasión un amigo con el que me reunía todos los viernes me dijo que si ganaba el sorteo de la lotería esa semana, el viernes siguiente vendría en una limousine. El viernes siguiente, al verlo bajar del autobús, me empecé a reír y él no tuvo que decirme que no había ganado el premio.

2. Desde que aprendí a arreglar la instalación eléctrica de mi casa, además de mover la perilla para cortar la corriente, dejo una lámpara encendida. La idea es la siguiente: si se corta la corriente, se apaga la lámpara, de esa manera, cuando la lámpara está encendida la corriente no está cortada.

3. Si este texto habla de lógica entonces está lleno de símbolos extraños. Este texto no tiene símbolos extraños. Luego este texto no es de lógica.

4.

5.

C. Las leyes de la lógica proposicional

C.1 Los métodos de decisión. Las tablas de verdad

C.1.1 ¿Qué son y cómo se hacen las tablas de verdad?

Como hemos visto en los ejemplos, cualquier expresión descriptiva del lenguaje natural puede ser formalizada mediante los símbolos de la lógica proposicional. Del mismo modo, podríamos decir que podemos inventar un número **infinito** de expresiones (esquemas, fórmulas) construidas mediante esos símbolos.
Los lógicos tienen como objetivo determinar cuáles son los razonamientos formalmente válidos, por lo que se interesan especialmente por aquellas expresiones que representan razonamientos (que tendrán siempre la forma de un condicional, como los que aparecen en el ejercicio 9**,** en los que se pueden diferenciar las premisas y la conclusión). Esas expresiones se conocen como **esquemas de inferencia**.

Ejercicio número 10: Si la siguiente fórmula representa un esquema de inferencia, ¿qué expresiones representan las premisas y la conclusión? Idea un argumento con esa forma:

$$[(p \rightarrow q) \land (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

$$\_\_\_\_\_\_\_\_ \quad \_\_\_\_\_\_\_\_ \quad \_\_\_\_\_\_\_\_$$

p:

q:

r:

Redacta ahora el argumento:

"Sabes" que el argumento del ejemplo anterior es válido, o sea, deductivo, pero ¿cómo lo sabes? Los lógicos han diseñado distintos métodos, llamados **métodos de decisión**, para determinar cuándo un razonamiento, simbolizado mediante un esquema de inferencia, es **formalmente válido**. Uno de los métodos más utilizados (al menos para esquemas de inferencia con tres variables o menos) es el de las **tablas de verdad**.

Una tabla de verdad es una tabla que permite explorar todas las posibles combinaciones de valores de verdad de las fórmulas de la lógica proposicional. Por eso, las tablas de verdad se pueden utilizar como método de decisión de la lógica proposicional, ya que pueden servir para comprobar la validez de los razonamientos (que tienen estructura condicional).

Ejercicio número 11: Vamos a analizar la siguiente fórmula, que es un esquema de inferencia, mediante una tabla de verdad: (p Λ q) → p

1º. Columna de valores de referencia: Contamos el número de variables (en este caso son 2, ya que sólo hay "pes" y "cus"), y las ponemos en la cabecera de la columna de valores de referencia de la tabla. Seguidamente, aplicamos el algoritmo: $2^n = x$, siendo "2" el número de valores de verdad, "n" el número de variables, y "x" el número de filas de la tabla. O sea, $2^2 = 4$. Escribimos una columna de "unos y ceros" debajo de la variable que está más a la derecha (en este caso, "q") y, después, una columna de "unos y ceros" debajo de la segunda variable por la izquierda (en este caso, "p"), pero multiplicando por 2 el número de "unos" y de "ceros" de la primera columna	**p q** **1 1** **1 0** **0 1** **0 0**
2º. El resto de las columnas de la tabla: El número de columnas será el de conectivas de la fórmula, y el orden de las columnas dependerá del alcance de las conectivas. Se irán construyendo las columnas teniendo en cuenta el alcance de las conectivas, desde las de menor alcance a las de mayor alcance (los paréntesis, corchetes y llaves nos ayudan a decidir). Y, también en general, cuando haya conectivas del mismo alcance, se irán analizando de izquierda a derecha **(p Λ q) → p** **1ª columna (Λ)** **2ª columna (→)**	**p q** | **p Λ q** | **(p Λ q) → p** **1 1** **1 0** **0 1** **0 0**
3º. Asignación de los valores de cada columna: Se van asignando valores, por filas, a las fórmulas de cada columna. La asignación de valores será la que indique	**p q** | **p Λ q** | **(p Λ q) → p**

la definición de cada conectiva. En este caso, en la primera columna aplicamos la definición de la **Λ (**la proposición molecular resultante será verdadera únicamente si lo son también todas las proposiciones unidas por dicho conector**)** y, en la segunda, la definición del → (la proposición molecular resultante sólo será falsa cuando el antecedente sea verdadero y el consecuente sea falso)	**1** **1** 1 **1** 1 1 **1** 1 **1** **0** 1 **0** 0 0 **1** 1 **0** **1** 0 **0** 1 0 **1** 0 **0** **0** 0 **0** 0 0 **1** 0
4º Análisis del resultado de la tabla: El resultado de la tabla es la columna en la que se analizan los valores de verdad de la conectiva de mayor alcance (en este caso, el →). En nuestro ejemplo, se está afirmando que esa expresión es siempre verdadera sean cuales sean los valores de verdad de las variables, lo cual es lo mismo que decir que un argumento con esa forma es válido (o sea, es deductivo).	**(p Λ q) → p: {1,1,1,1}**

Ejercicio número 12: Vamos a idear un argumento con la forma del esquema de inferencia del ejercicio anterior, (p Λ q) → p. Después, comprobaremos su validez de acuerdo con la tabla de verdad que hemos hecho. O sea, por ejemplo:

- Pedro: "Este puente lo he pasado estudiando y descansando"

- Pablo: "O sea, que has preparado el examen"

p: "He estudiado"
q: "He descansado"

(p Λ q) → p
----------   ---
Premisa   Conclusión

p	q	p Λ q	(p Λ q) → p
1	**1**	1 **1** 1	1 **1** 1
1	**0**	1 **0** 0	0 **1** 1
0	**1**	0 **0** 1	0 **1** 0

0	**0**	0	**0**	0	0	**1**	0

Primera fila de la tabla: Si es verdad que he estudiado y es verdad que he descansado, entonces puedo **deducir** que es verdad que he estudiado (dado que un condicional sólo es falso si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso). Eso es lo que representa el primer **1** del resultado de la tabla (recuerda que no es una cifra sino un símbolo de un valor de verdad).
Segunda fila: Si es verdad que he estudiado y no es verdad que he descansado, entonces puedo **deducir** que es verdad que he estudiado (dado que un condicional sólo es falso si el antecedente es verdadero y el consecuente falso, es indiferente en este caso si has descansado o no).
Tercera fila: Si es falso que he estudiado y es verdad que he descansado, entonces puedo **deducir** que es falso que he estudiado. Así que, el argumento sigue siendo válido.

Continúa con el análisis:

Cuarta fila:

Ejercicio número 13: Haz las siguientes tablas teniendo en cuenta que el número de filas es siempre 2^n, siendo 2 el número de valores de verdad (1, 0) y siendo n el número de variables (debes planificar las tablas antes).

- **Con una variable proposicional:**

Planifica las tablas: **a) p** **1ª** **b) ¬ p** **c) ¬¬ p** **1ª** **2ª** **d) ¬¬¬ p**

Haz las tablas:

a) p	p	**b)**		**c)**	**d)**
1	1				
0	0				

p: {1,0}   ¬p: {

- **Con dos variables proposicionales (planifícala y hazla): (p Λ ¬q) → p**

- **Con tres variables proposicionales (planifícala y hazla): [(p Λ q) → r] → (p V r)**

C.1.2 ¿Cómo se interpretan las tablas de verdad?

Al analizar los resultados de las tablas de verdad de los esquemas de inferencia nos podemos encontrar con tres tipos de esquemas de inferencia (de razonamientos), siendo válido sólo uno de ellos:

- **Tautología** (o "identidad"): El valor de verdad de la fórmula (del esquema, del razonamiento) es siempre 1, para todas las interpretaciones posibles de las variables.
- **Contradicción** (o "inconsistencia"): El valor de verdad de la fórmula es siempre 0, para todas las interpretaciones de las variables.

- **Indeterminaciones** (o “expresiones consistentes”, “contingentes” o “indefinidas”): El valor de verdad de la fórmula es 1 en algún caso.

C.1.3 Tautologías y leyes de la lógica proposicional

Sólo las fórmulas tautológicas representan razonamientos válidos y, por eso, todas las tautologías pueden ser consideradas **leyes de la lógica proposicional**. Es fácil, y sorprendente, darse cuenta de que el número de leyes de la lógica proposicional es infinito aunque con el tiempo se ha ido seleccionando el conjunto de las más “relevantes”:

1. Modus ponendo ponens (modo de razonar según el cual, dado un condicional (p → q), y afirmando el antecedente, p, se deduce y afirma el consecuente, q).	$[(p \to q) \wedge p] \to q$
2. ***Modus tollendo tollens*** (modo de razonar que negando, niega).	$[(p \to q) \wedge \neg q] \to \neg p$
3. ***Modus tollendo ponens*** (modo de razonar que negando, afirma). Conocido como **silogismo disyuntivo**.	$[(p \vee q) \wedge \neg p] \to q$ $[(p \vee q) \wedge \neg q] \to p$
4. Ley de doble negación	$\neg \neg p \to p$
5. Ley de simplificación	$(p \wedge q) \to p$ $(p \wedge q) \to q$
6. Ley de contraposición (del condicional)	$(p \to q) \to (\neg q \to \neg p)$
7. Ley del silogismo hipotético	$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$
8. Ley de adición	$p \to (p \vee q)$ $q \to (q \vee p)$
9. Leyes del dilema constructivo	$[(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)] \to r$ $[(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to s)] \to (r \vee s)$
10. Ley de simplificación disyuntiva	$(p \vee p) \to p$
11. Leyes de conmutatividad	$(p \wedge q) \to (q \wedge p)$ $(p \vee q) \to (q \vee p)$ $(p \leftrightarrow q) \to (q \leftrightarrow p)$
12. Leyes del bicondicional	$(p \leftrightarrow q) \to (p \to q)$ $(p \leftrightarrow q) \to (q \to p)$ $[(p \to q) \wedge (q \to p)] \to (p \leftrightarrow q)$ $(p \leftrightarrow q) \to [(p \to q) \wedge (q \to p)]$
13. Leyes de De Morgan:	$\neg (p \wedge q) \to (\neg p \vee \neg q)$ $\neg (p \vee q) \to (\neg p \wedge \neg q)$
14. Ley de Clavius (*consequentia mirabilis*)	$(\neg p \to p) \to p$ $(p \to \neg p) \to \neg p$
15.	
16.	

Ejercicio número 14: Realiza la tabla de verdad de cada una de las fórmulas anteriores (sólo de las expresiones con tres variables proposicionales o menos), y comenta su resultado. Comprueba también, pero sólo con las 6 primeras leyes, la

definición de razonamiento válido (página 45) según la cual, cuando un argumento es válido, no se pueden afirmar las premisas y negar la conclusión sin entrar en contradicción (utiliza el método de tablas de verdad para realizar esa "prueba de contradicción"):

Un ejemplo:

$(p \wedge q) \rightarrow p$	**$(p \wedge q) \wedge \neg p$**
-------- (1ª: $p \wedge q$)	------ (1ª: $\neg p$)
---------------- (2ª: $(p \wedge q) \rightarrow p$)	--------- (2ª: $p \wedge q$)
	-------------------- (3ª: $(p \wedge q) \wedge \neg p$)

Tabla de verdad

p	q	1ª p Λ q	2ª (p Λ q) → p
1	1	1 1 1	1 1 1
1	0	1 0 0	0 1 1
0	1	0 0 1	0 1 0
0	0	0 0 0	0 1 0

$(p \wedge q) \rightarrow p$: {1,1,1,1}

Prueba de contradicción

p	q	1ª ¬ p	2ª p Λ q	3ª (p Λ q) Λ ¬ p
1	1	0	1 1 1	1 0 0
1	0	0	1 0 0	0 0 0
0	1	1	0 0 1	0 0 1
0	0	1	0 0 0	0 0 1

$(p \wedge q) \wedge \neg p$: {0,0,0,0}